

Décima lista de exercícios

Exercício 47:

Demonstre que a ordem lexicográfica introduzida no exemplo 4.4 da aula é de fato uma ordem total.

Exercício 48:

Seja m um número natural não nulo. Definimos $A_m := \{k \in \mathbb{N} \mid k|m\}$.

Determine A_m para $m = 6$, $m = 12$, $m = 30$ e $m = 45$ e desenhe os diagramas de Hasse para estas ordens parciais.

Exercício 49:

Seja $L := \{0, 1\}$. Considerando a potência L^3 deste conjunto introduzimos a seguinte relação $r \subseteq L^3$:

$$\langle x_1, x_2, x_3 \rangle r \langle y_1, y_2, y_3 \rangle \quad \text{sse} \quad x_i \leq y_i \quad \forall i = 1, 2, 3.$$

- (a) Mostre que r define uma ordem parcial em L^3 e desenhe o diagrama de Hasse.
- (b) Desenhe o diagrama de Hasse para a ordem parcial $(\mathcal{P}(\{x, y, z\}), \subseteq)$, e compare-o com o resultado do item (a).

Exercício 50:

- (i) Demonstre a observação 4.18.
- (ii) Demonstre a proposição 4.21 (ii).

Exercício 51:

Seja (a, r) uma ordem parcial limitada. Mostre que

- (i) $\sup(\emptyset) = \perp$ e
- (ii) $\inf(\emptyset) = \top$.