Álgebra Ia – MAT144
UFBA
Professor Andreas

Décima primeira lista de exercícios

Exercício 52:

Seja $a := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Sejam dadas as seguintes partiçõesde a:
$\pi_1 := \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, \{6\}\}$, $\pi_2 := \{\{1, 2, 3\}, \{4\}, \{5, 6\}\}$ e $\pi_3 := \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5, 6\}\}$.
No reticulado $(\Pi(a), \leq)$ determine $\pi_i \wedge \pi_j \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3\}$.

Exercício 53:

Seja $a := \{1, 2, 3\}$.

(a) Determine o reticulado $(\Pi(a), \leq)$ e desenhe o diagrama de Hasse.

(b) Verifique se vale $\pi_1 \wedge (\pi_2 \vee \pi_3) = (\pi_1 \wedge \pi_2) \vee (\pi_1 \wedge \pi_3)$ - a lei distributiva - neste reticulado (Dica: use o diagrama de Hasse para a verificação).

Exercício 54:

(a) Verifique as afirmações $(R_{0\vee}), (R_{1\vee}), (R_{2\vee}), (R_{3\vee})$ do lema 4.29 sem o uso do argumento da dualidade.

(b) Termine a demonstração de 4.32.

(c) Faça a demonstração de 4.33 (ii) sem o uso do argumento da dualidade.

Exercício 55:

Sejam $R := (a, \leq)$ um reticulado e $x, y, z, w \in a$.

(i) Seja $x \leq y \leq z$. Mostre que $x \vee y = y \wedge z$ e $(x \wedge y) \vee (y \wedge z) = y = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$.

(iii) Seja $x \leq y$ e $z \leq w$. Mostre que $x \wedge z \leq y \wedge w$.

Exercício 56:

Demonstre a observação 4.35.