

Quinta lista de exercícios

Exercício 22:

Mostre que:

- (a) $\sum_{k=1}^n k \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}}$.
- (b) Seja x um inteiro positivo não nulo, então: $(1+x)^n > 1+nx$, $\forall n \geq 2$.
- (c) Uma proposição com n conectivos tem no máximo $(2n+1)$ subfórmulas.
(Dica: Faça indução dupla de indução completa e indução na complexidade)

Exercício 23:

Por indução completa em n mostre que:

- (a) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.
- (b) $\sum_{k=1}^n 2^k = 2^{n+1} - 2$.
- (c) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$.

Exercício 24:

Sejam a, b, c números inteiros. Mostre que

- (a) Se $a|b$ então, $(-a)|b$, $a|(-b)$ e $(-a)|(-b)$.
- (b) Se $c \neq 0$ então, $a|b$ se, e somente se, $ac|bc$.

Exercício 25:

Usando o algoritmo da divisão mostre que:

- (a) O quadrado de um inteiro é da forma $3k$ ou $3k+1$.
- (b) O quadrado de um inteiro é da forma $4k$ ou $4k+1$.
- (c) De três inteiros consecutivos, um é múltiplo de 3.