

Nona lista de exercícios

Exercício 42:

Sejam $a \subseteq \mathbb{N}$, $r := \{\langle x, 2x \rangle \mid x \in a\}$ e $s := \{\langle x, 7x \rangle \mid x \in a\}$ relações. Escreva as relações compostas $r \circ s$, $s \circ r$, $r \circ (s \circ r)$ e r^3 .

Exercício 43:

Dadas as matrizes relacionais seguintes

$$\mathbf{m}_r := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{m}_s := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Determine $m_{r \circ s}$, $m_{\tilde{r}}$, $m_{\tilde{s}}$, $m_{\widetilde{r \circ s}}$, $m_{r \circ r}$, $m_{r \circ r \circ r}$, e $m_{r \circ \tilde{r}}$.

Exercício 44:

Demonstre:

- (i) Se r for uma relação reflexiva, então $\tilde{r}$ também é reflexiva.
- (ii) Se r for uma relação simétrica, então $\tilde{r}$ também é simétrica.
- (iii) Se r for uma relação anti-simétrica, então $\tilde{r}$ também é anti-simétrica.
- (iv) Se r for uma relação transitiva, então $\tilde{r}$ também é transitiva.

Exercício 45:

Demonstre o lema 3.69.

Exercício 46:

Sejam $f : a \rightarrow b$, $g : b \rightarrow c$ e $h : c \rightarrow d$ funções.

- (i) Mostre que se f e g forem 1 a 1, então $g \circ f$ também é 1 a 1.
- (ii) Mostre que a composição $\circ$ entre funções é associativa, i.e., $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$.
- (iii) Mostre que se f e g forem bijetivas, então $g \circ f$ é bijetiva.
- (iv) Mostre que se f for bijetiva, então $f^{-1} \circ f = 1_a$ e $f \circ f^{-1} = 1_b$.