# UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
## INSTITUTO DE MATEMÁTICA
## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA


# MAT 013 - Matemática I


Prof.: Leopoldina Cachoeira Menezes

**Prof.: Mauricio Sobral Brandão**


## 1ª Lista de Exercícios

### Parte I: Funções Econômicas

Resolva os seguintes problemas:

1. Determinar o preço de equilíbrio se $p = q^2 + 4 \quad e \quad p = 10 - 5q$ são respectivamente as equações das curvas de demanda e oferta. Esboce o gráfico de tais curvas.

2. Determinar o ponto de nivelamento onde as funções de custo total e receita total são dadas respectivamente por $C_t(q) = 3q + 5 \quad e \quad \Re_t(q) = 4q$, onde ***q*** é a quantidade produzida ?

3. Um professor, ao mimeografar apostilas para seus alunos, gastou **R$2.000,00** na datilografia das matrizes. Calculando o preço de custo de cada matriz (papel e álcool) em **R$ 40,00** e vendendo cada uma por **R$ 50,00**, calcular as funções $C_t(q), \quad \Re_t(q) \quad e \quad L_t(q)$ (custo, receita e lucro totais). Esboçar o gráfico de tais funções.

4. O custo total para produzir q unidades por dia de um certo produto é $C_t = q^2/2 + 20q + 15$ e o preço de venda de uma unidade é $p = 30 - q$. Dê as funções $\Re_t, L_t$ e demanda.

5. Somente se o preço de uma determinada máquina supera **R$ 250,00** encontramos máquinas disponíveis no mercado. Entretanto se o preço é de **R$ 350,00** então **200** máquinas estarão disponíveis no mercado. Ache a equação da oferta supondo-a linear.

6. Uma companhia de turismo tomou conhecimento de que quando o preço de visita a pontos turísticos é de **R$ 600,00** a média de passagens vendidas por viagem é de **30** e quando o preço passa para **R$ 1.000,00** o número médio de passagens vendidas por viagem é somente **18**. Supondo linear a equação da demanda, encontre-a e esboce seu gráfico.

7. Precisando alugar um carro, consultamos duas locadoras: a primeira cobra **R$140,00 + R$2,00** por **Km** rodado; a segunda cobra **R$200,00 + R$1,00** por **Km** rodado. Determine qual a melhor opção e represente graficamente.

8. 0 custo unitário de produção de um bem é de **R$ 500,00** e o custo fixo associado à produção é de **R$ 3.000,00**. Se o preço de venda do referido bem é de **R$ 650,00**, determinar:
   a) as funções custo total, receita total e lucro total;
   b) o ponto de nivelamento;
   c) o lucro obtido ao se fabricar **200** unidades;
   d) a produção necessária para se obter um lucro de **R$ 12.000,00**.

9. 0 preço de venda de um bem de consumo é de **R$ 800,00**. A indústria está produzindo **1.200** unidades e o lucro pela venda da produção é de **R$ 260.000,00**. Se o custo fixo de produção é de **R$ 196.000,00**, calcule o custo unitário de produção.

10. Paulo resolveu montar uma fábrica de bolsas. Calculou que teria uma despesa de **R$ 4.000,00** com aluguel, manutenção de máquinas, etc., e que o preço de custo de cada bolsa seria de **R$ 20,00**. Resolveu então fixar o preço de **R$ 25,00** para a venda de cada bolsa. Determinar:

   **a)** as funções $C_t(q), \quad \Re_t(q) \quad e \quad L_t(q)$;
   **b)** quantas bolsas o fabricante terá que fazer para que não tenha prejuízo;
   **c)** quantas bolsas Paulo precisa vender para obter um lucro de R$11.000,00.

11. A produção de milho é função do fertilizante dada por $p = 9 + 8x - x^2$ ($x$ = quantidade de fertilizante, $p$ = quantidade de milho produzido).

   **a)** esboce o gráfico dessa função;
   **b)** ao nível de $x = 2$ qual o aumento que há na produção se a quantidade do fertilizante for aumentada em **5%**?
   **c)** existe um valor de $x$ no qual a produção é máxima? Qual?

12. Estima-se que daqui a $t$ anos, a população de um certo país será de
   $P(t) = \dfrac{80}{8 + 12_e^{-0,06t}}$ milhões de habitantes.

   **a)** Qual a população atual?
   **b)** Qual será a população daqui a 50 anos?
   **c)** À medida que os anos forem passando e desconsiderando as mortes, a população se aproximará de que número?

## RESPOSTAS

**1.** p=5

**2.** (5.20)

**3.** $C_t(q) = 40q + 2000$, $\Re_t(q) = 50q$, $L_t(q) = IOq - 2000$

**4.** $\Re_t(q) = 30q - q^2$, $L_t(q) = -3/2\, q^2 + 10q\ 15$, $p = 30 - q$

**5.** $p = ½\, q + 250$

**6.** $P = -100/3q + 1600$

**7.** Se rodar menos de **60 Km**, a primeira é melhor.

**8.** **a)** $C_t(q) = 500q + 3000$, $\Re_t(q) = 650q$, $L_t(q) = 150q - 3000$
**b)** (20,13000) **c)** 27000 **d)** 100

**9.** 420,00

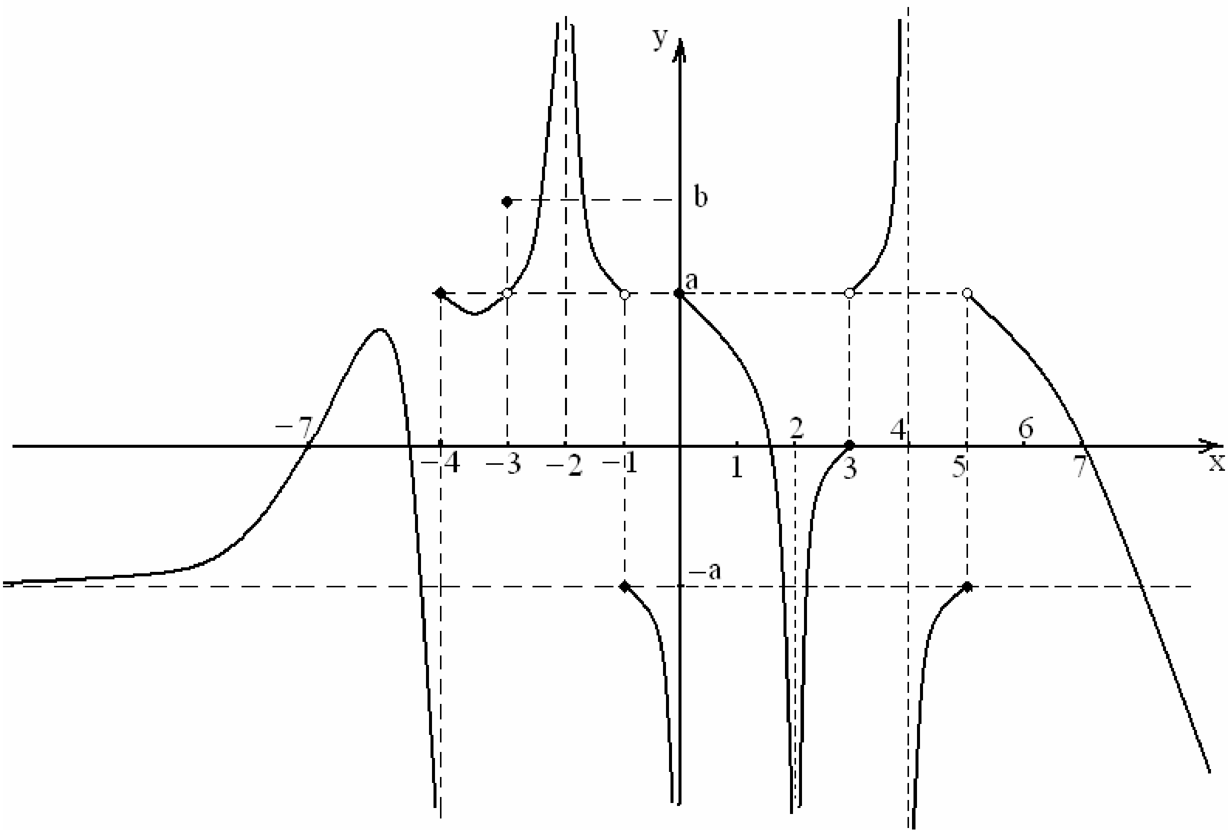
**10.** **a)** $C_t(q) = 2.000q + 400.000$, $\Re_t(q) = 2.500q$, $L_t(q) = 500q - 400.000$
**b)**800 **c)**3000

**11. b)** aumento de $1{,}85\%$ **c)** Sim, $x = 4$

**12. a)** 4 milhões **b)** 9,31 milhões **c)** 10 milhões

## Parte II: Limite e Continuidade

**01 -** Considere a função *f* dada pelo gráfico a seguir:




### Calcule:

**a)** $\lim\limits_{x \to -7} f(x) =$ **b)** $\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) =$ **c)** $\lim\limits_{x \to 5^+} f(x) =$ **d)** $\lim\limits_{x \to -4} f(x) =$

**e)** $\lim\limits_{x \to -3} f(x) =$ **f)** $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$ **g)** $\lim\limits_{x \to -1} f(x) =$ **h)** $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) =$

**i)** $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) =$ **j)** $\lim\limits_{x \to 5} f(x) =$ **l)** $\lim\limits_{x \to 7} f(x) =$

**02 -** Considere a função ***f*,** dada no exercício **01.** Determine:

**a)** $\lim\limits_{x \to -\infty}$ **f (x) =** **b)** $\lim\limits_{x \to -2}$ **f (x) =** **c)** $\lim\limits_{x \to 0^-}$ **f (x) =** **d)** $\lim\limits_{x \to 0}$ **f (x) =**

**e)** $\lim\limits_{x \to 2}$ **f (x) =** **f)** $\lim\limits_{x \to 4^-}$ **f (x) =** **g)** $\lim\limits_{x \to 4^+}$ **f (x) =** **h)** $\lim\limits_{x \to 4}$ **f (x) =**

**i)** $\lim\limits_{x \to +\infty}$ **f (x) =**

**03 -** Determine, se possível, $a \in \Re$ para que exista lim $f(\mathbf{x})$, sendo:

a) $f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3x-2, & se \quad x > -1 \\ 3, & se \quad x = -1 \\ 5-ax & se \quad x < -1 \end{cases}$

b) $f(\mathbf{x}) = \begin{cases} (x^2-4)(x-2)^{-1} & se\, x \neq 2 \\ a, & se\, x = 2 \end{cases}$

04) Esboce o gráfico de cada função f, dada a seguir, e determine o que se pede:

a) $f(\mathbf{x}) = \begin{cases} \ln x \; se\, x > 0 \\ e^x \; se\, x \leq 0 \end{cases}$

I) $\lim\limits_{x \to -\infty}$ f (x) = II) $\lim\limits_{x \to 0^-}$ f (x) = III) $\lim\limits_{x \to 0^+}$ f (x) = IV) $\lim\limits_{x \to 0}$ f (x) =

V) $\lim\limits_{x \to 1}$ f (x) = VI) $\lim\limits_{x \to -1}$ f (x) = VII) $\lim\limits_{x \to e}$ f (x) = VIII) $\lim\limits_{x \to +\infty}$ f (x) =

**b)** $f(\mathbf{x}) = \begin{cases} \left[\dfrac{1}{2}\right]^x, se\, x > 0 \\ e^x \quad se\; x < 0 \end{cases}$

**I)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ **II)** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ **III)** $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) =$ **IV)** $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$

***V)*** $\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$ ***VI)*** $\lim\limits_{x \to -1} f(x) =$ ***VII)*** $\lim\limits_{x \to 1} f(x) =$

**05 -** Considere as funções $f(x)$ e $g(x)$ dadas abaixo. Diga, justificando, se elas são contínuas em $\mathbf{x}_0$:

*a)* $f(x) = \begin{cases} 4, & se \quad x < 2 \\ x^2 - 8x + 16, & se \quad 2 \le x \le 6 \\ -x + 3, & se \quad x > 6 \end{cases}$

*b)* $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{4x - 8}, & se\, x \neq 2 \\ 3x & , se\, x = 2 \end{cases}$

**06 -** Determine se possível, $\kappa \in \Re$ de modo que *f* seja contínuo em $x_0$, onde:

*a)* $f(x) = \begin{cases} 3Kx^2 + 2, & se\, x < 1 \\ x - 2, & se\, x \ge 1 \end{cases}$

*b)* $f(x) = \begin{cases} Kx^2 - 2, & se\, x \ge 0 \\ x - 3, & se\, x < 0 \end{cases}$

**07 -** Calcule os seguintes limites:

*a)* $\lim\limits_{x \to 3} (2x^5 - 3x^3 - x^2 - 1)$

*b)* $\lim\limits_{x \to -1} |3^x (x + 2)|$

*c)* $\lim\limits_{x \to 10} \log x - \ln x$

*d)* $\lim\limits_{x \to 1} e^x (x^3 - 4)$

*e)* $\lim\limits_{x\to 3} \left(\dfrac{x^2-9}{x-3}\right)^3$

*f)* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x+1}{x^4+3x^2+x+1}$

*g)* $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^3-12x^2+12x}{x^3-3x^2+4}$

*h)* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4x^3-2x^2+x}{3x^2+2x}$

*i)* $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}{x^3+5x^2+7x+3}$

*j)* $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{e^{3x+5}}{2^{\cos(\pi.x)}}$

*l)* $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{2-x}$

*m)* $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-x^3+x^2+4x-4}{x^2-4x+4}$

*n)* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{x^3-3x^2+3x-1}$

*o)* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

*p)* $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

*q)* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}{x^4}$

***08 - Calcule os limites:***

*a)* $\lim\limits_{x\to +\infty} (2x^4 - 3x)$

*b)* $\lim\limits_{x\to -\infty} (-3x^2+5x+1)$

*c)* $\lim\limits_{x\to -\infty} (5x^2-2x)$

*d)* $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4x^5-2x^3-1}{2x^5+2}$

*e)* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-2x^4+1}{x^2-1}$

*f)* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-3x^2+1}{x^5-2}$

*g)* $\lim\limits_{x\to 0} (x^2+\ln x)$

*h)* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\log x}{\left(\frac{1}{2}\right)^x+3}$

*i)* $\lim\limits_{x \to -\infty} \left( -5e^{x} \right)$

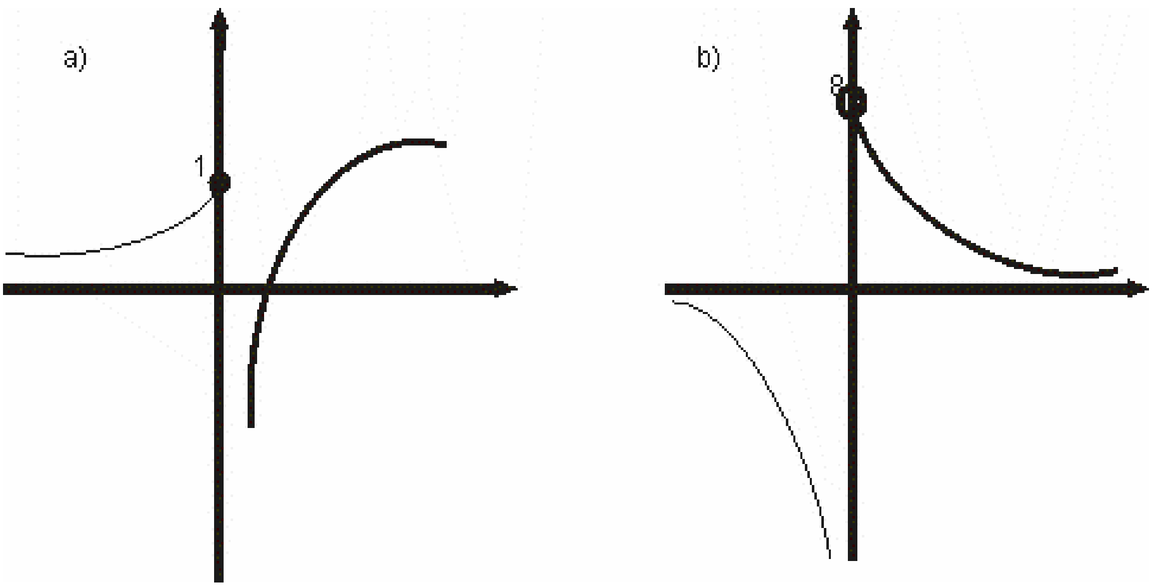
## RESPOSTAS

**01)** a) h) l) **0** b) **-a** c) , e ), f), i) **a** d), g), j) , **não existe**

**02)** a) **-a** c), e), g), i) $-\infty$ b), f) $+\infty$ d), h) **não existe**

**03)** a) **-10** b) **qualquer real**

**04)**




**a)** 0, 1, - $\infty$, não existe, 0, 1/e, 1, + $\infty$
**b)** 0, 0, - $\infty$, não existe, -1 ½

**05 - a)** *f* é contínua em $x_0 = 2$ ; *f* não é contínua em $x_0 = 6$

**b)** *f* não é contínua em $x_0 = 2$

**06 - a)** k = -1 **b)** não existe **k** tal que *f* seja contínua em $\mathbf{x_0 = 0}$

**07- a)** 395 **b)** 1/3 **c)** 1- ln10 **d)** -3e **e)** 216 **f)** 0 **g)** 2 **h)** ½
**i)** 1 **j)** $2e^2$ **l)** 4 **m)** não existe **n)** $+\infty$ **o)** ½ **p)** -1/56 **q)** $-\infty$

**08 - a), c), h),** $+\infty$ **b), e), g),** $-\infty$ **d),** 2 **f), i),** 0

## Parte III: Derivadas

**1.** Determinar as derivadas das funções abaixo:

**a)** $f(x) = \dfrac{3}{x^4} + 2\sqrt[4]{x^3} - x + 3$ **Resp.:** $f'(x) = \dfrac{-12}{x^5} + \dfrac{3}{2\sqrt[4]{x}} - 1$

**b)** $f(x) = \dfrac{2}{x^5} - \dfrac{3}{\sqrt[5]{x^2}}$ **Resp.:** $f'(x) = \dfrac{-10}{x^6} + \dfrac{6}{5\sqrt[5]{x^7}}$

**c)** $y = 6x^4 - 3x^3 + 2x - 1$ **Resp.:** $y' = 24x^3 - 9x^2 + 2$

**d)** $y = \dfrac{ax^6 + b}{a^2 + b^2}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{6ax^5}{a^2 + b^2}$

**e)** $y = \dfrac{a}{\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{b}{x\sqrt[3]{x}}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{4b}{3x^2\sqrt[3]{x}} - \dfrac{2a}{3x\sqrt[3]{x^2}}$

**f)** $y = 3x\sqrt[5]{x^4} + 3e^x - 2\ln x$ **Resp.:** $y' = \dfrac{27}{5}\sqrt[5]{x^4} + 3e^x - \dfrac{2}{x}$

**g)** $y = \dfrac{2}{2x-1} - \dfrac{1}{x}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{1-4x}{x^2(2x-1)}$

**h)** $y = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{-4x}{(1+x^2)^2}$

**i)** $y = \dfrac{4x}{x-1}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{-4}{(x-1)^2}$

**j)** $y = \dfrac{x}{e^x}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{1-x}{e^x}$

**k)** $y = \dfrac{x}{\ln x}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

**l)** $y = \ln x - \log x - \ln a.\log_a x$ **Resp.:** $y' = \dfrac{-1}{x.\ln 10}$

**m)** $y = 3.2^x + 2\log_3 x$ **Resp.:** $y' = 3.2^x \ln 2 + \dfrac{2}{x.\ln 3}$

**n)** $y = \dfrac{x^2}{\ln x}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{x.(2\ln x - 1)}{(\ln x)^2}$

**o)** $y = (3+2x^2)^4$ **Resp.:** $y' = 16x.(3+2x^2)^3$

**p)** $y = \sqrt[3]{x^2+1}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$

**q)** $\dfrac{3}{56.(2x-1)^7} - \dfrac{1}{24.(2x-1)^6} - \dfrac{1}{40.(2x-1)^5}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{x^2-1}{(2x-1)^8}$

**r)** $y = 5.e^{3x} + \log 2x$ **Resp.:** $y' = 15.e^{3x} + \dfrac{1}{x.\ln 10}$

**s)** $y = 5.e^{-x^2}$ **Resp.:** $y' = -10x.e^{-x^2}$

**t)** $y = x^2.10^{2x}$ **Resp.:** $y' = x.10^{2x}(1 + x.\ln 10)$

**u)** $y = \ln(2x.e^{3x})$ **Resp.:** $y' = \dfrac{1+3x}{x}$

**v)** $y = \ln(\dfrac{x^2}{x+1})$ **Resp.:** $y' = \dfrac{x+2}{x.(x+1)}$

**w)** $y = x^2.\ln(1-x)$ **Resp.:** $y' = \dfrac{-x^2}{1-x} + 2x.\ln(1-x)$

**x)** $y = 2^{3x^2+1} + \log(x^2+3)$ **Resp.:** $y' = 6x.2^{3x^2+1}.\ln 2 + \dfrac{2x}{(x^2+3).\ln 10}$

**y)** $y = (x.\ln x)^2$ **Resp.:** $y' = (2x.\ln x)(1 + \ln x)$

**z)** $y = x^2.2^x$ **Resp.:** $y' = x.2^x(2 + x.\ln 2)$

**2.** Determinar $\dfrac{dy}{dx} e \dfrac{d^2y}{dx^2}$ nos casos abaixo:

**a)** y = $x.e^{2x}$ **Resp.:** $y' = e^{-2x}(1-2x)$ $e$ $y'' = e^{-2x}(4x-4)$

**b)** $y = 3^{2x}$ **Resp.:** $y' = (2.\ln 3)3^{2x}$ $e$ $y'' = (2.\ln 3)^2 3^{2x}$

**c)** $y = \sqrt[3]{2x}$ **Resp.:** $y' = \dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x)^2}}$ $e$ $y'' = \dfrac{-8}{9 \cdot \sqrt[3]{(2x)^5}}$

**3.** Verificar se cada função abaixo satisfaz a equação diferencial indicada:

**a)** $y = \dfrac{2}{x^3}$; $2.\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{48}{x^5} = 0$

**b)** $y = \log(-x)$; $x^3.y''' - \dfrac{2}{\ln 10} = 0$

**4.** Calcular $\dfrac{dy}{dx}$ nos casos abaixo:

**a)** 3x + 4y = 8 **Resp.:** $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{4}$

**b)** x² + y² = 25 **Resp.:** $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

**c)** x³ + y³ = x.y **Resp.:** $\frac{dy}{dx} = -\frac{y - 3x^2}{3y^2 - x}$

**d)** y² + 2xy² - 3x + 1 = 0 **Resp.:** $\frac{dy}{dx} = -\frac{3 - 2y^2}{2y(1 + 2x)}$

**5.** Determinar uma equação da reta tangente a cada curva abaixo, no ponto de abscissa $x_0$:

**a)** $y = 2x^3 + x^2 - x;$ $x_0 = 1$ **Resp.:** 7x - y - 5 = 0

**b)** $y = 2e^x;$ $x_0 = 1$ **Resp.:** y = 2 ex

**c)** $y = \sqrt[3]{x};$ $x_0 = 1$ **Resp.:** y = x - 3y + 2 = 0

**d)** x² - y³ = 0 $x_0 = 8$ **Resp.:** x - 3y + 4 = 0

**e)** (1 - x + y)³ = x + 7; $x_0 = 1$ **Resp.:** 13 x - 12y + 11 = 0

**f)** x.y = 2 ; $x_0 = 2$ **Resp.:** x + 2y - 4 = 0